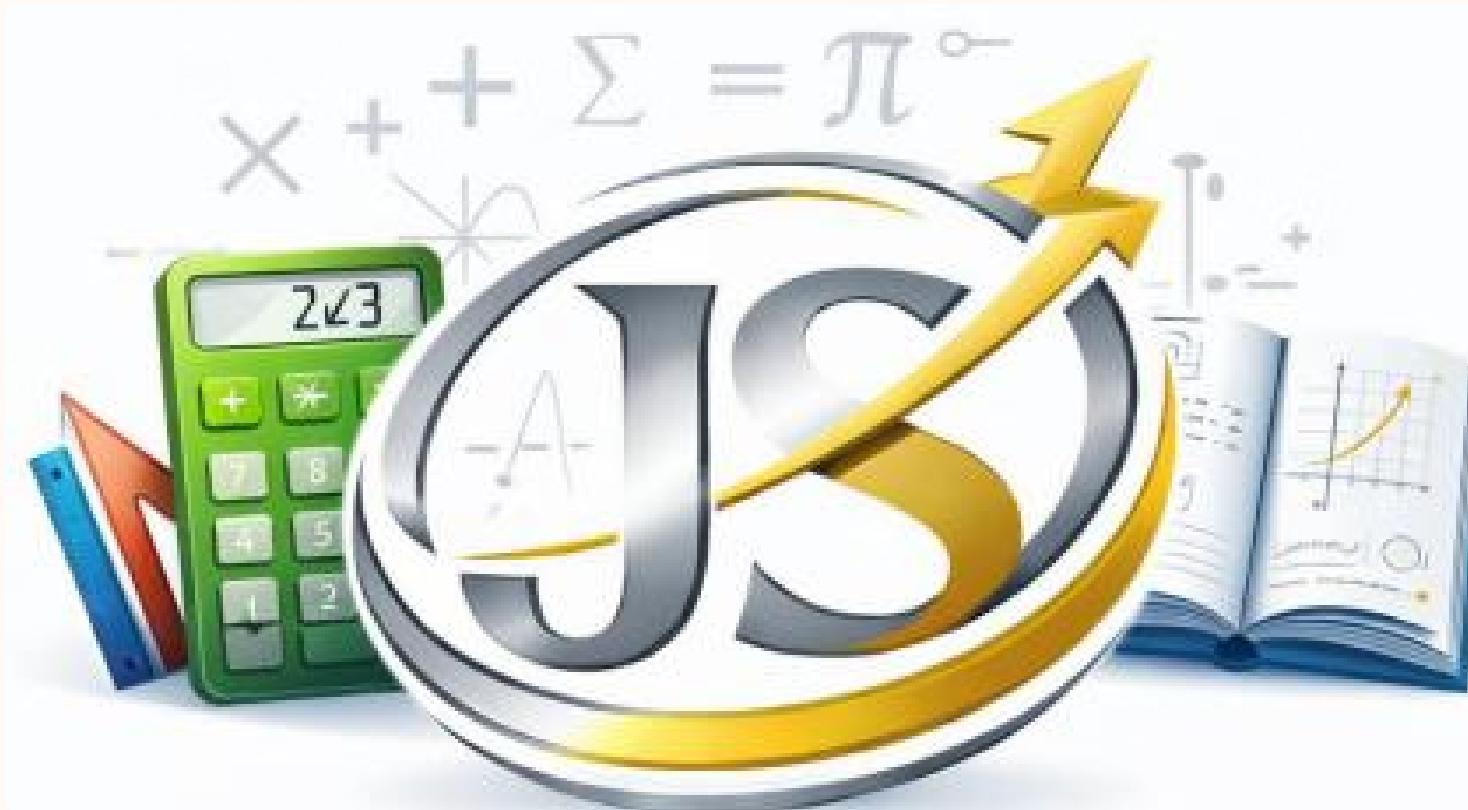




Função Afim e Função Quadrática

Conceitos • gráficos • interpretação • exemplos

Prof. Josecler Silva — Matemática Aplicada — Resumo para estudo e revisão — Ensino Médio



1. Ideia de função

Uma função é uma relação que associa cada valor de entrada x a um único valor de saída $y = f(x)$. Em um gráfico cartesiano, x aparece no eixo horizontal e $f(x)$ (ou y) no eixo vertical.

Leitura rápida: Entrada $\rightarrow$ regra de formação $\rightarrow$ saída. Exemplo: na função $f(x) = 2x + 1$, se $x = 3$, então $f(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$.

2. Função afim (função polinomial do 1º grau)

A função afim é toda função que pode ser escrita na forma $f(x) = ax + b$, com a e b números reais. Quando $a \neq 0$, seu gráfico é uma reta não vertical.

a — coeficiente angular

Indica a inclinação da reta e como y varia quando x aumenta uma unidade.

b — coeficiente linear

É o valor $f(0)$. Portanto, indica o ponto em que a reta intercepta o eixo y : $(0, b)$.

Classificação da função afim

Situação	Forma	Característica	Exemplo
Função afim	$f(x) = ax + b$	$a \neq 0$	$f(x) = 2x + 1$
Função linear	$f(x) = ax$	$b = 0$	$f(x) = -3x$
Função identidade	$f(x) = x$	$a = 1$ e $b = 0$	$f(x) = x$
Função constante	$f(x) = b$	$a = 0$	$f(x) = 4$

3. Gráficos da função afim

Para construir o gráfico de uma função afim, bastam dois pontos. Uma estratégia prática é encontrar o ponto no eixo y, fazendo $x = 0$, e a raiz (zero da função), fazendo $f(x) = 0$.

Raiz da função afim: $x = -b/a$ (válida quando $a \neq 0$)

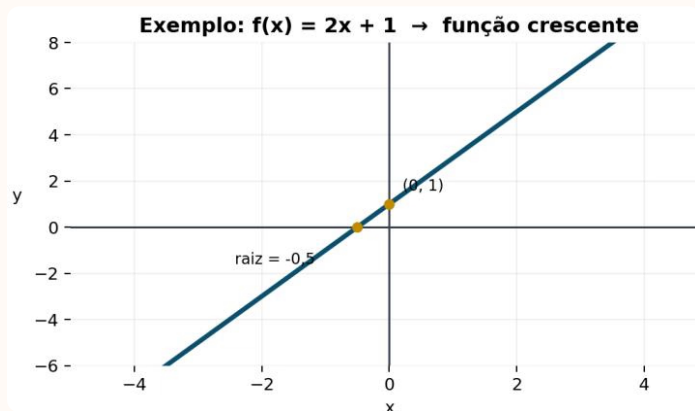
Função crescente ($a > 0$)

A reta sobe da esquerda para a direita — à medida que x aumenta, os valores de $f(x)$ também aumentam.

Função decrescente ($a < 0$)

A reta desce da esquerda para a direita — à medida que x aumenta, os valores de $f(x)$ diminuem.

Gráfico crescente: $f(x) = 2x + 1$

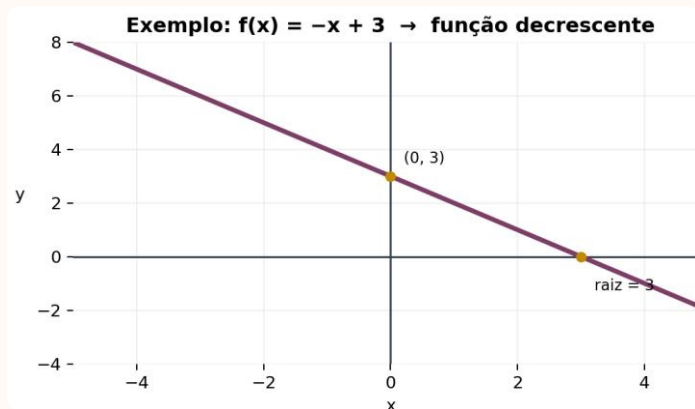


Exemplo resolvido

$$f(x) = 2x + 1$$

- Intercepto em y: $f(0) = 1 \rightarrow (0, 1)$
- Raiz: $2x + 1 = 0 \rightarrow x = -1/2 = -0,5$
- Como $a = 2 > 0$, a função é **crescente**.

Gráfico decrescente: $f(x) = -x + 3$



Exemplo resolvido

$$f(x) = -x + 3$$

- Intercepto em y: $(0, 3)$
- Raiz: $-x + 3 = 0 \rightarrow x = 3$
- Como $a = -1 < 0$, a função é **decrescente**.



4. Interpretando a função afim em situações reais

Muitas situações apresentam uma parte fixa e outra que varia proporcionalmente. Esse comportamento pode ser modelado por uma função afim.

📄 **Situação-problema:** Uma corrida de aplicativo cobra R\$ 6,00 de taxa inicial e R\$ 2,50 por quilômetro rodado. O custo $C(x)$, em reais, para x quilômetros pode ser modelado por $C(x) = 2,5x + 6$.

Coefficiente $a = 2,5$

A cada 1 km acrescentado, o preço aumenta R\$ 2,50.

Coefficiente $b = 6$

Corresponde à taxa fixa inicial, mesmo quando $x = 0$.

Para 8 km

$C(8) = 2,5 \cdot 8 + 6 = 26$. Logo, a corrida custa R\$ 26,00.

Como esboçar uma reta rapidamente

Passo a passo

01

Identifique a e b na expressão $f(x) = ax + b$.

02

Marque o ponto $(0, b)$ no eixo y .

03

Calcule a raiz fazendo $f(x) = 0$ e marque o ponto $(-b/a, 0)$.

04

Ligue os dois pontos com uma reta.

05

Confira o comportamento: $a > 0$ crescente; $a < 0$ decrescente; $a = 0$ constante.

Erros comuns para evitar

Confundir a com b : lembre-se de que b é $f(0)$, portanto aparece no eixo y .

Dizer que toda função afim é crescente: o sinal de a determina se ela cresce ou decresce.

Encontrar a raiz trocando o sinal sem dividir por a : use sempre $ax + b = 0 \rightarrow x = -b/a$.

5. Função quadrática (função polinomial do 2º grau)

A função quadrática é toda função que pode ser escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a , b e c reais e $a \neq 0$. Seu gráfico é uma parábola.



Coeficiente a

Determina a concavidade e influencia a abertura da parábola. Se $a > 0$, concavidade para cima; se $a < 0$, para baixo.



Coeficiente b

Participa da posição do eixo de simetria e das coordenadas do vértice.

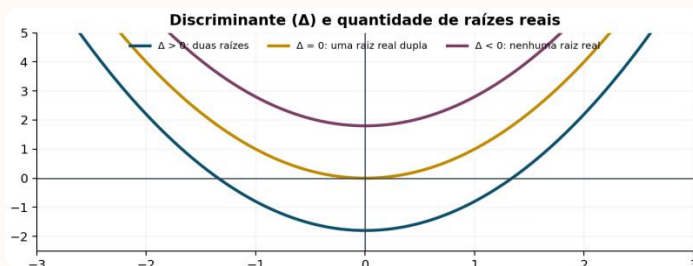


Coeficiente c

É o valor $f(0)$, portanto representa o ponto $(0, c)$, onde a parábola intercepta o eixo y .

Zeros ou raízes: valores de x para os quais $f(x) = 0$. Fórmula de Bhaskara: $\Delta = b^2 - 4ac$ e $x = (-b \pm \sqrt{\Delta})/2a$.

6. Discriminante (Δ) e vértice da parábola



Vértice: $x_v = -b/2a$ e $y_v = -\Delta/4a \rightarrow V = (x_v, y_v)$. Se $a > 0$, é ponto de mínimo; se $a < 0$, é ponto de máximo.

$$\Delta > 0$$

Existem duas raízes reais diferentes; a parábola corta o eixo x em dois pontos.

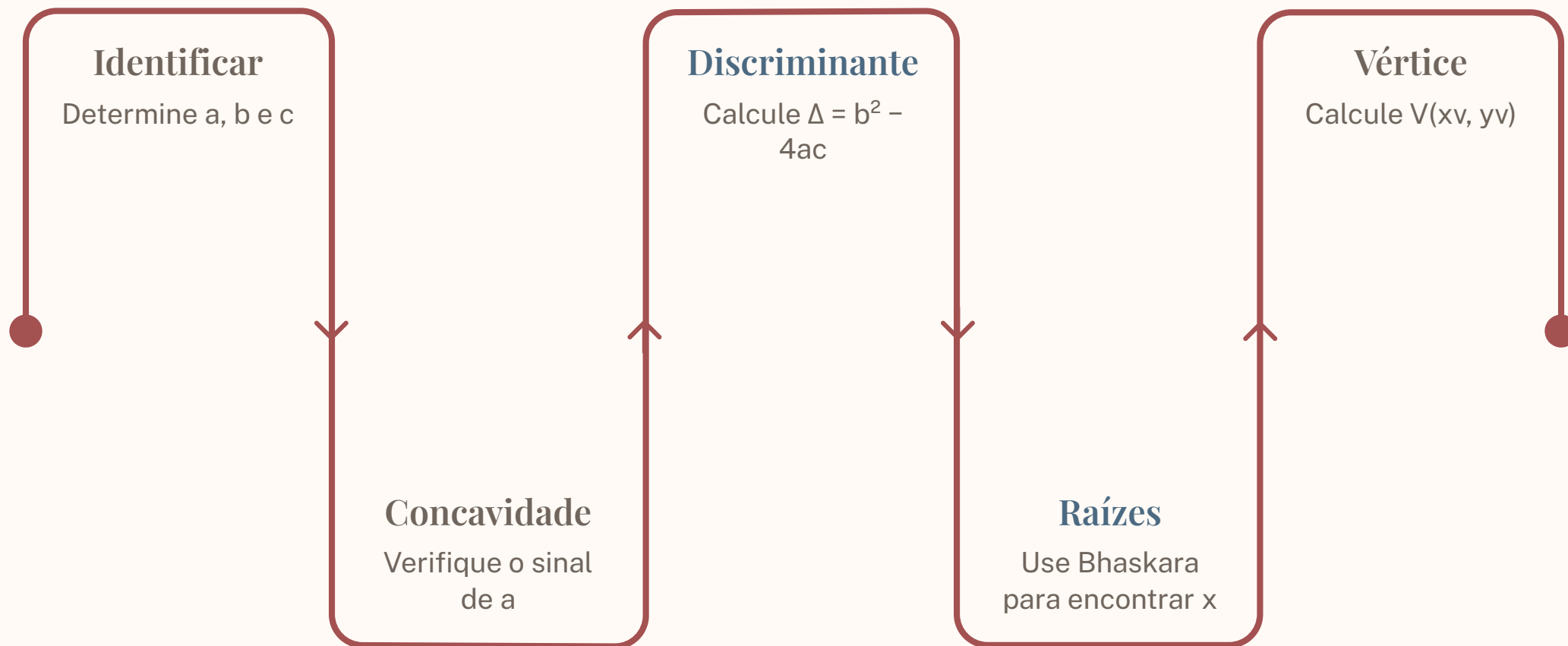
$$\Delta = 0$$

Existe uma raiz real dupla; a parábola toca o eixo x em um único ponto.

$$\Delta < 0$$

Não existem raízes reais; a parábola não intercepta o eixo x.

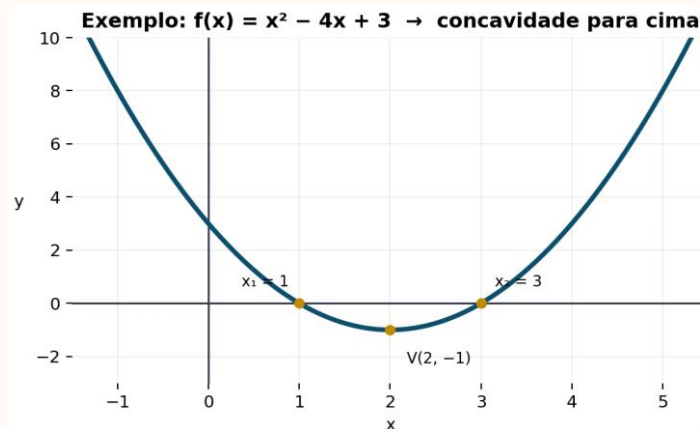
Passo a passo para estudar uma função quadrática



Seguir essa sequência garante que nenhum elemento importante da função quadrática seja esquecido na análise ou no esboço do gráfico.

7. Gráficos da função quadrática

Exemplo 1 — concavidade para cima: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

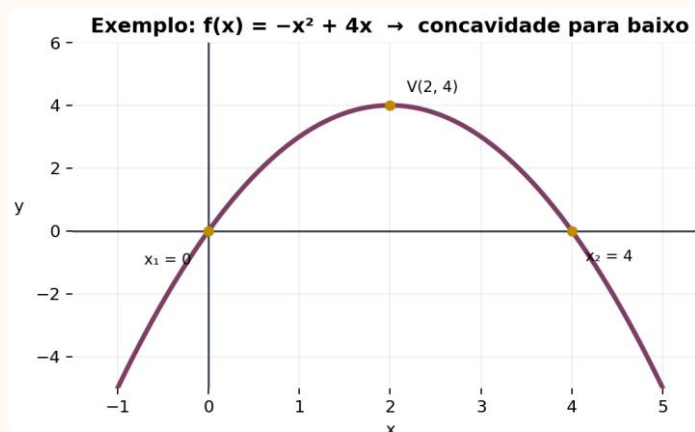


Análise

- $a = 1, b = -4, c = 3$
- $\Delta = 16 - 12 = 4$
- Raízes: $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$
- Vértice: $V(2, -1)$
- Como $a = 1 > 0$, concavidade para **cima** e vértice é ponto de **mínimo**.

Exemplo 2 — concavidade para baixo:

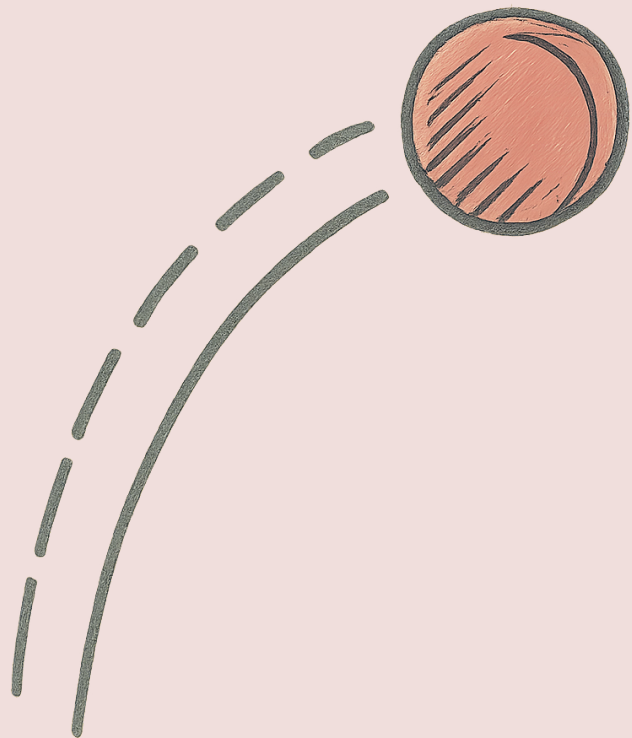
$$f(x) = -x^2 + 4x$$



Análise

- $a = -1, b = 4, c = 0$
- $\Delta = 16$
- Raízes: $x_1 = 0$ e $x_2 = 4$
- Vértice: $V(2, 4)$
- Como $a = -1 < 0$, concavidade para **baixo** e vértice é ponto de **máximo**.

8. Aplicação da função quadrática



A altura de um objeto, em metros, pode ser representada por $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$, em que t é o tempo em segundos. Como $a = -5 < 0$, a parábola tem concavidade para baixo e o vértice representa a altura máxima.

2s

Tempo da altura máxima

$$t_v = -20/[2 \cdot (-5)] = 2 \text{ s}$$

21m

Altura máxima

$$h(2) = -5 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 1 = 21 \text{ m}$$

9. Comparando função afim e função quadrática

Característica	Função afim	Função quadrática
Forma geral	$f(x) = ax + b$	$f(x) = ax^2 + bx + c$
Condição principal	$a \neq 0$ (1º grau)	$a \neq 0$ (2º grau)
Gráfico	Reta	Parábola
Nº máx. de raízes reais	1	2
Ponto importante	Interceptos / raiz	Vértice / raízes / concavidade
Comportamento	Crescente ou decrescente	Possui máximo ou mínimo

Checklist de revisão

- Consigo identificar os coeficientes a , b e c ?
- Sei dizer se uma reta é crescente ou decrescente olhando o sinal de a ?
- Sei calcular a raiz de uma função afim?
- Sei identificar a concavidade de uma parábola?
- Sei calcular Δ , as raízes e o vértice de uma função quadrática?
- Consigo relacionar fórmulas, pontos e comportamento no gráfico?

10. Exercícios rápidos de fixação

Resolva no caderno. Use os gráficos e os quadros deste material como apoio.

Função afim

1. Na função $f(x) = 3x - 6$, identifique a e b e diga se a função é crescente ou decrescente.
2. Encontre a raiz da função $f(x) = -2x + 8$.
3. Para $f(x) = 4x + 2$, determine $f(0)$, $f(1)$ e $f(-1)$.
4. Esboce o gráfico de $f(x) = x - 2$ usando o intercepto em y e a raiz.

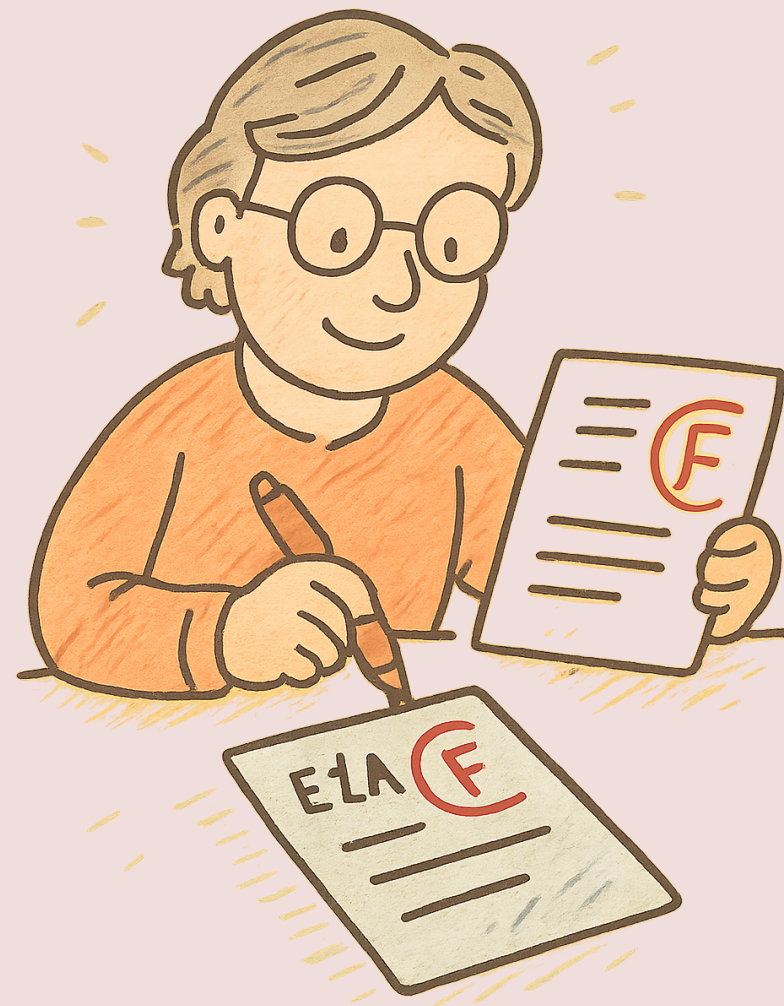
Função quadrática

1. Na função $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, identifique a , b e c e informe a concavidade.
2. Calcule o discriminante de $f(x) = x^2 - 6x + 9$ e indique quantas raízes reais existem.
3. Encontre as raízes de $f(x) = x^2 - 5x + 6$.
4. Determine o vértice da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$.
5. Explique, com suas palavras, a principal diferença entre o gráfico de uma função afim e o de uma função quadrática.

11. Gabarito comentado — resolução passo a passo

Confira cada resolução somente depois de tentar resolver os exercícios. O objetivo do gabarito é mostrar o raciocínio matemático, e não apenas a resposta final.

Como usar o gabarito: Leia o enunciado, compare com sua tentativa e observe em qual etapa o procedimento pode ser melhorado. Nas funções, identifique primeiro os coeficientes e só depois aplique as fórmulas.



Gabarito — Exercícios 1, 2 e 3

1

Exercício 1

$f(x) = 3x - 6 \rightarrow a = 3, b = -6$. Como $a = 3 > 0$, a função é **crescente**.

2

Exercício 2

$-2x + 8 = 0 \rightarrow x = 4$. A raiz é $x = 4$; o gráfico intercepta o eixo x no ponto $(4, 0)$.

3

Exercício 3

$f(0) = 2, f(1) = 6$ e $f(-1) = -2$.

Gabarito — Exercício 4

Esboço do gráfico de $f(x) = x - 2$:

1. Intercepto em y : $f(0) = -2 \rightarrow$ ponto $(0, -2)$.
2. Raiz: $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow$ ponto $(2, 0)$.
3. Ligue os pontos $(0, -2)$ e $(2, 0)$ por uma reta. Como $a = 1 > 0$, a reta é crescente.

x	f(x) = x - 2
0	-2
2	0

Gabarito — Exercícios 5, 6 e 7

1

Exercício 5

$f(x) = 2x^2 - 3x + 1 \rightarrow a = 2, b = -3,$
 $c = 1$; concavidade voltada para **cima**
($a > 0$).

2

Exercício 6

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0 \rightarrow$
existe **1 raiz real dupla** ($x = 3$).

3

Exercício 7

$\Delta = 25 - 24 = 1; x_1 = 3$ e $x_2 = 2$.
Verificação:
 $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$.

Gabarito — Exercícios 8 e 9

Exercício 8 — Vértice

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \rightarrow x_v = 4/2 = 2;$$

$$y_v = f(2) = 4 - 8 + 3 = -1.$$

Vértice: $V = (2, -1)$. Como $a > 0$, é ponto de **mínimo**.

Exercício 9 — Diferença entre os gráficos

Função afim $\rightarrow$ reta (taxa de variação constante, no máximo uma raiz). Função quadrática $\rightarrow$ parábola (com eixo de simetria, vértice de máximo ou mínimo, podendo ter duas, uma ou nenhuma raiz real).

 **Para guardar:** Função afim $\rightarrow$ reta $\rightarrow f(x) = ax + b$. Função quadrática $\rightarrow$ parábola $\rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$.

Fontes

- [Resumo Funcao Afim e Quadratica Prof Josecler Silva COM GABARITO.pdf](#)